

Factores de forma y ecuaciones de volumen comercial para cinco especies de pino en el estado de Durango, México

Form factor and merchantable volume equations for five pine species in Durango state, Mexico

Benedicto Vargas-Larreta*✉, Carlos Enrique Aguirre-Calderón*,
Cristóbal Gerardo Aguirre-Calderón*, Francisco Javier Hernández*

Vargas-Larreta, B., Aguirre-Calderón, C. E., Aguirre-Calderón, C. G., & Hernández, F. J. (2021). Factores de forma y ecuaciones de volumen comercial para cinco especies de pino en el estado de Durango, México. Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes, 29(84), e2815, <https://doi.org/10.33064/iycuaa2021842815>

RESUMEN

La descripción del perfil del fuste de los árboles es importante para la correcta estimación del volumen maderable de un bosque. El objetivo de este estudio fue ajustar ecuaciones de volumen comercial y generar factores de forma para cinco especies de pino en la región forestal El Salto, Durango, México. La información experimental se obtuvo de 840 árboles mediante muestreo destructivo. Se ajustaron ocho tarifas para estimar el volumen individual del fuste con corteza, así como una función compatible ahusamiento-volumen para calcular el volumen comercial. Los parámetros de los modelos se obtuvieron con estimación SUR (*Seemingly Unrelated Regression*). Para corregir la heterocedasticidad y autocorrelación de los datos se usó regresión ponderada y un modelo autorregresivo de segundo orden, respectivamente. El factor de forma promedio fue mayor a 0.5 para todas las especies, mismo que difiere del usado tradicionalmente en la región (0.6).

Palabras clave: ahusamiento-volumen; coeficiente mórfoico; Fang; función de perfil; modelo autorregresivo; tarifa volumétrica.

ABSTRACT

Knowledge of the stem form of trees is important for estimating the wood volume of a forest. The objective of this study was to develop merchantable volume equations and form factors for five pine species from the forest region El Salto, Durango, Mexico. The raw data were obtained from 840 trees by destructive sampling. Eight volume models were fitted to

Recibido: 27 de agosto de 2020, Aceptado: 23 de agosto de 2021

* Instituto Tecnológico de El Salto, Tecnológico Nacional de México. Tecnológico 101, El Salto, C. P. 34942, Pueblo Nuevo, Durango, México. Correo electrónico: bvargas@itelsalto.edu.mx; aguicar@hotmail.com; g_aguirremx@yahoo.com; fcojhernan@yahoo.com.mx ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1176-7330>; <https://orcid.org/0000-0003-4226-359X>; <https://orcid.org/0000-0002-7035-4731>; <https://orcid.org/0000-0003-0480-624X>

✉ Autor para correspondencia

estimate the stem volume, as well as a compatible taper-volume function to calculate the merchantable volume. Model parameters were obtained with SUR estimation (Seemingly Unrelated Regression). Weighted regression and a second-order autoregressive model were used to correct the heteroscedasticity and autocorrelation of the data, respectively. The average form factor was greater than 0.5 for all species, which differs from that traditionally used in the region (0.6).

Keywords: taper-volume; form coefficient; Fang; taper function; autoregressive model; volume equation.

INTRODUCCIÓN

La cuantificación de las existencias volumétricas es la base para la ejecución del manejo forestal; sin embargo, la gran diversidad estructural y de especies que caracterizan a la mayoría de las áreas boscosas del país, así como las características morfológicas propias de cada especie, hacen de la estimación del volumen una de las tareas más delicadas del manejador forestal (Vargas-Larreta et al., 2017). La medición directa del volumen es difícil de realizar en árboles en pie; de ahí que su estimación se realice normalmente de forma indirecta a través de expresiones matemáticas, como las tarifas volumétricas.

Un primer aspecto a considerar en el desarrollo de las tarifas de volumen es la variación que presentan las variables requeridas para lograr una precisión aceptable, dependiendo de la morfología del árbol. Aunque en ocasiones pueden considerarse sinónimos, los términos forma del árbol y ahusamiento tienen connotaciones distintas (Burkhart & Tomé, 2012). Forma se refiere a la estructura externa del árbol, mientras que ahusamiento es la tasa a la cual decrece el diámetro del fuste conforme aumenta la altura fustal.

Para el análisis de la forma del fuste se utilizan procedimientos matemáticos y estadísticos que permiten su descripción de forma precisa (Vargas-Larreta et al., 2017). Algunos de estos métodos consideran el uso de factores de forma, modelos de ahusamiento puro o sistemas compatibles de ahusamiento-volumen (Tlaxcala-Méndez, De los Santos-Posadas, Hernández-De la Rosa, & López-Ayala, 2016). El primer método consiste en obtener un valor de forma constante a partir de la relación entre el volumen del tronco y el volumen de un cilindro del mismo diámetro y altura (Furlan Gama, Dos Santos, & Mura, 2010); el segundo representa la variación del diámetro a lo largo del fuste y su integración proporciona el volumen total y comercial (Bi, 2000); mientras que el tercero describe simultáneamente el perfil y el volumen del fuste (Cruz-Cobos, Santos-Posadas, & Valdez-Lazalde, 2008).

El último método da origen a las funciones compatibles ahusamiento-volumen, que son parte fundamental de un sistema biométrico forestal, ya que además del volumen total es necesario conocer la parte de dicho volumen que puede destinarse a los diferentes destinos comerciales (Diéguez-Aranda et al., 2009); por lo que constituyen una herramienta importante en la determinación del volumen comercial. La ventaja de estas funciones radica en que, una vez clasificado el volumen total por tipo de producto, se puede calcular el valor económico de los productos de un rodal de manera más precisa que cuando solamente se utiliza el volumen total. Como señalan Tlaxcala-Méndez et al. (2016) el estudio de la forma del fuste es relevante, dado que los más cilíndricos tienen mayor rendimiento,

lo que contribuye a los beneficios económicos, principalmente cuando la industria requiere productos de calidad y dimensiones diferentes (Quirós, Chinchilla, & Gómez, 2005; Zavala Zavala, 1996).

Los objetivos de este estudio fueron i) generar ecuaciones de volumen comercial, y ii) calcular el factor de forma para *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. herrerae* y *P. teocote* en la región forestal El Salto, Durango, México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción del área de estudio

El estudio se llevó a cabo en la Unidad de Manejo Forestal Regional (UMAFOR) 1008 "El Salto", ubicada al suroeste del estado de Durango, entre las coordenadas 23° 06' 59" y 24° 11' 38" de latitud norte y 105° 55' 56" y 105° 10' 31" de longitud oeste; abarca una extensión superficial de 558,270 ha, que incluye de manera total o parcial los municipios Pueblo Nuevo, San Dimas y Durango (figura 1). En el área de estudio predominan los tipos de clima (A)(w1) semicálido en la región de las cañadas, C(w2) templado semifrío en la parte más alta y (E)(w3) templado frío en el resto de la sierra; todos subhúmedos con lluvias en verano, con una precipitación media anual entre 800 y 1200 mm y una temperatura promedio anual de 20 a 22 °C.

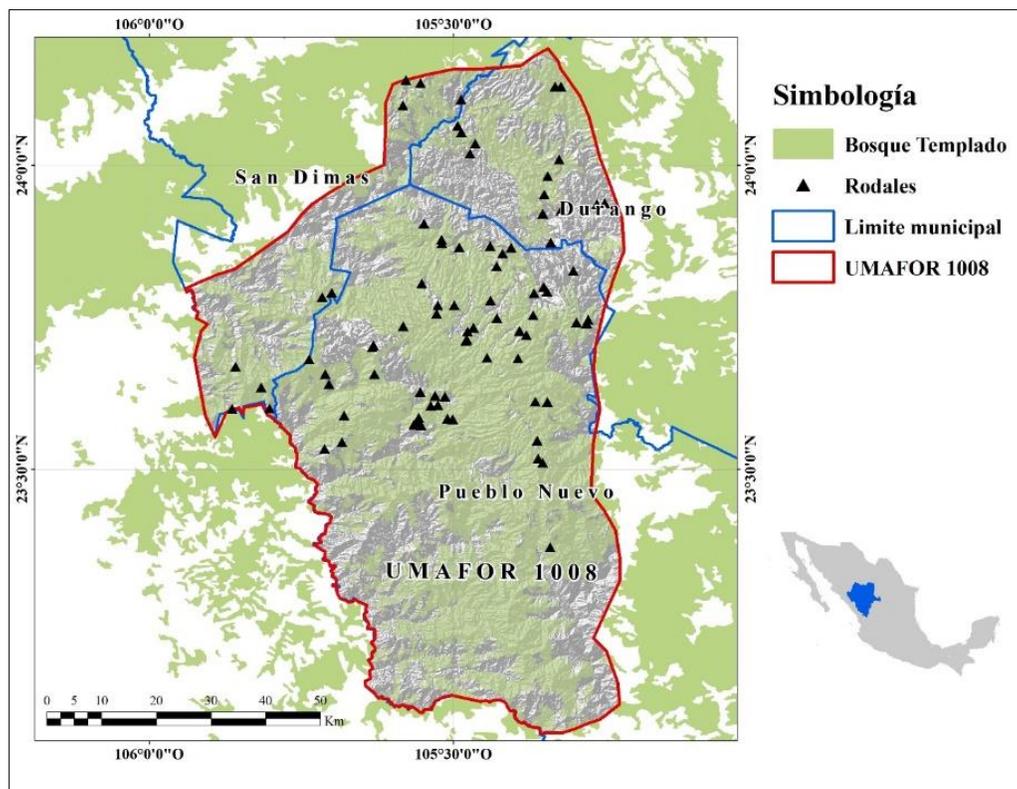


Figura 1. Localización del área de estudio y ubicación de los puntos de muestreo. Elaboración propia.

Obtención de los datos de campo

La información se obtuvo de 840 árboles (168 *P. cooperi*, 182 *P. durangensis*, 166 *P. engelmannii*, 148 *P. herrerae* y 176 *P. teocote*), los cuales se seleccionaron mediante muestreo dirigido para incluir todas las condiciones de productividad de la región, así como para incluir árboles de todas las categorías de diámetro y altura presentes en la estructura de los rodales evaluados. Los datos se obtuvieron mediante un muestreo destructivo (derribo y troceo) aprovechando las áreas de corta de diferentes predios (figura 2). Se midieron, entre otras variables, las siguientes: diámetro normal (d_n , en cm), altura total (h , en m) y diámetro con corteza (d_i , en cm) para cada sección a la altura que se encontraba con respecto al suelo (h_i , en cm).



Figura 2. Toma de datos de campo. Una vez derribado el árbol el fuste se secciona para obtener dos piezas de 0.30 m por encima del tocón y una a la altura del diámetro normal (1.30 m). Las siguientes secciones tienen una longitud de 2.44; excepto la punta del árbol, de longitud variable.

Fotografía de Benedicto Vargas-Larreta.

Dado que generalmente las ecuaciones de ahusamiento producen estimaciones sesgadas en las partes más bajas del árbol debido a la falta de datos (Barrio Anta, Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez González, & von Gadow, 2007), los árboles muestra se seccionaron considerando alturas máximas del tocón de 0.3 m, dos secciones de 0.30 m por arriba del tocón y una más que coincidió con el diámetro normal (1.30 m); las secciones siguientes fueron de longitud constante (2.44 m) hasta llegar a la punta del árbol. La longitud de las secciones centrales del fuste (2.44 m) se definió con base en la longitud mínima de la trocería considerada como producto primario; de esta manera se aseguró la utilización de los árboles muestreados. En ambos extremos de cada sección se midieron dos diámetros de forma perpendicular y se obtuvo el diámetro medio. El muestreo utilizado aseguró la inclusión de todos los rangos de diámetro, altura, estructura de los rodales, clase sociológica

(dominancia de los árboles en el dosel), densidad, topografía y área de procedencia de las especies estudiadas.

Para identificar inconsistencias o valores atípicos se analizó la dispersión de los datos de diámetro y altura relativos de acuerdo con la metodología propuesta por Bi (2000). Lo anterior se realizó mediante un ajuste local cuadrático no paramétrico usando regresión local Loess en el paquete estadístico SAS (SAS Institute Inc., 2004) con un parámetro de suavizado de 0.3 para cada especie. En este análisis los residuos de cada ajuste Loess se dividen en 10 intervalos de altura relativa y se calculan dos valores límite para discriminar los datos atípicos: el cuartil inferior menos dos veces el rango intercuartílico y el cuartil superior más dos veces el rango intercuartílico (Bi, 2000). Los datos fuera de este rango se consideraron atípicos, por lo que no fueron incluidos en posteriores análisis. En la figura 3 se muestran los resultados del ajuste local no paramétrico realizado, donde se observa que la mayoría de los datos atípicos provenían de errores en la toma de información, secciones con deformaciones o anomalías como nudos o bifurcaciones. En la tabla 1 se presentan los principales estadísticos descriptivos de la muestra final utilizada.

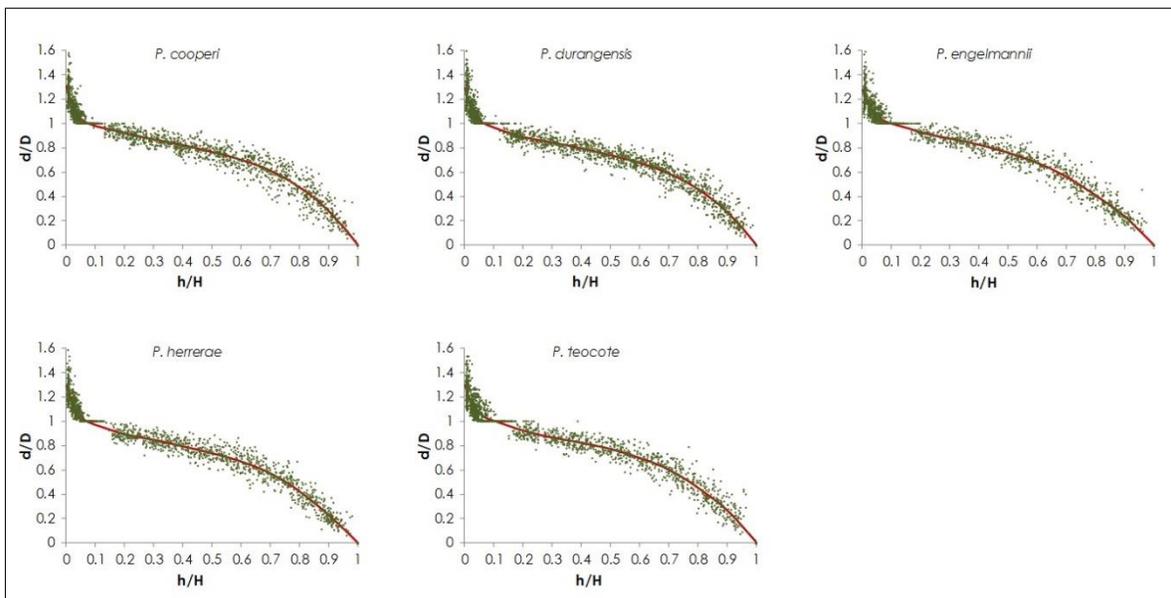


Figura 3. Datos depurados con la metodología de Bi (2000). La línea continua es la media de los datos predicha a través del ajuste local no paramétrico con un parámetro de suavizado de 0.3. Elaboración propia.

Tabla 1
Estadísticos descriptivos de las variables utilizadas por especie

	Especie				
	<i>P. cooperi</i>	<i>P. durangensis</i>	<i>P. engelmannii</i>	<i>P. herreae</i>	<i>P. teocote</i>
Diámetro normal (cm)					
Mín.	10.0	9.2	9.5	9.8	8.6
Máx.	66.0	68.6	52.5	59.5	63.3
Media	33.2	33.6	30.1	29.8	27.4
D_est	14.1	14.1	11.1	12.0	12.1
Altura (m)					
Mín.	6.5	6.8	5.1	10.1	5.5
Máx.	29.4	28.9	24.0	28.9	26.3
Media	18.4	19.2	14.4	18.2	15.0
D_est	5.0	4.5	4.1	3.7	4.6
Vol (m ³)					
Mín.	0.025	0.028	0.021	0.042	0.017
Máx.	4.664	4.749	2.810	2.533	3.880
Media	1.081	1.112	0.656	0.765	0.630
D_est	0.983	0.975	0.538	0.629	0.641

Nota: DAP= diámetro a la altura del pecho (cm), Vol= volumen del fuste (m³); Mín., Máx., Media= valores mínimo, máximo y medio de las variables analizadas; D_est= desviación estándar.
Elaboración propia.

Cálculo del volumen de las secciones

Los árboles derribados se cubicaron por secciones. El volumen de cada sección del fuste se calculó mediante la fórmula de Smalian, mientras que la punta se cubió como un cono. El volumen total del fuste con corteza se calculó como la suma de los volúmenes individuales de las secciones y la punta. Para estimar la distribución de productos en el árbol se calcularon, además de las variables mencionadas, el volumen comercial (v_i , en m³) a un determinado diámetro en punta delgada (d_i , en cm), el volumen rollo total árbol (v_{rta} , en m³), el diámetro relativo ($d_{rel} = d_i/d$) y la altura relativa ($h_{rel} = h_i/h$) del fuste.

Tarifas volumétricas utilizadas

Para la predicción del volumen del fuste se probaron las ecuaciones de volumen de dos entradas (considerando el diámetro a la altura del pecho y la altura total del árbol como variables independientes) reportadas por Vargas-Larreta et al. (2017) (tabla 2).

Tabla 2
Tarifas volumétricas de dos entradas ajustadas (v= volumen, dn= diámetro normal, h= altura total, b_i= coeficientes)

Modelo	Nombre	Expresión
M1	Schumacher-Hall	$V = b_0 \cdot dap^{b_1} \cdot h^{b_2}$
M2	Spurr	$V = b_0 \cdot dap^2 \cdot h$
M3	Spurr potencial	$V = b_0 \cdot (dap \cdot h)^{b_1}$
M4	Spurr con término independiente	$V = b_0 + b_1 \cdot dap^2 \cdot h$
M5	Variable combinada generalizada incompleta	$V = b_0 + b_1 \cdot h + b_2 \cdot dap^2 \cdot h$
M6	Fórmula australiana	$V = b_0 + b_1 \cdot dap^2 + b_2 \cdot dap^2 \cdot h + b_3 \cdot h$
M7	Honer	$V = dap^2 / (b_0 + b_1/h)$
M8	Newnham	$V = b_0 + b_1 \cdot dap^{b_2} \cdot h^{b_3}$

Nota: Elaboración propia.

Función compatible de ahusamiento-volumen

Se usó la función compatible de ahusamiento-volumen de Fang, Borders y Bailey (2000), utilizada en otros estudios y que ha mostrado gran flexibilidad en la descripción de múltiples formas del fuste (Corral-Rivas, Diéguez-Aranda, Corral, & Castedo-Dorado, 2007; Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez-González, & Rojo, 2006; García-Espinoza et al., 2019). La función de Fang et al. (2000) asume tres formas geométricas en que puede ser dividido el fuste de un árbol: punta (cono), parte central (paraboloide) y base (neiloide). La ecuación se ajusta a cada sección para describir estas tres formas, las cuales se unen después matemáticamente produciendo una función segmentada (Quiñonez Barraza, García Espinoza, & Aguirre-Calderón, 2018). Fang et al. (2000) despliega:

$$d = c_1 \sqrt{H^{(k-b_1)/b_1} (1-q)^{(k-\beta)/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}} \quad [1]$$

donde

$$c_1 = \sqrt{\frac{a_0 D^{a_1} H^{a_2-k/b_1}}{b_1(r_0 - r_1) + b_2(r_1 - \alpha_1 r_2) + b_3 \alpha_1 r_2}};$$

$$\beta = b_1^{1-(I_1+I_2)} b_2^{I_1} b_3^{I_2}; \quad \alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}; \quad \alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(b_3-b_2)k}{b_2 b_3}};$$

$$r_0 = (1-h_{st}/H)^{k/b_1}; \quad r_1 = (1-p_1)^{k/b_1}; \quad r_2 = (1-p_2)^{k/b_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; 0 \text{ en caso contrario} \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 < q \leq 1; 0 \text{ en caso contrario} \end{array} \right.$$

$p_1 = h_1/H$ y $p_2 = h_2/H$ son las alturas relativas donde se localizan los dos puntos de unión que asume el modelo; el primero ocurre cerca de la altura normal (1.3 m) y el segundo se produce en una sección más elevada del fuste. La función de Fang et al. (2000) también incluye una ecuación de volumen comercial (v) y otra de volumen total (V), obtenidas a partir de la integración directa de la función de perfil:

$$v = c_1^2 H^{k/b_1} \left(b_1 r_0 + (I_1 + I_2)(b_2 - b_1)r_1 + I_2(b_3 - b_2)\alpha_1 r_2 - \beta(1-q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right) \quad [2]$$

$$V = a_0 D^{a_1} H^{a_2} \quad [3]$$

Procedimiento de ajuste y criterios de selección del mejor modelo

Con la finalidad de garantizar que la función de Fang et al. (2000) proporcionara las mismas estimaciones de volumen que la ecuación de volumen total del fuste, esta se ajustó fijando previamente los parámetros de la tarifa de cubicación de volumen total en las ecuaciones que conforman la función de Fang et al. (2000) (ecuación de ahusamiento y ecuación de volumen hasta cierta altura), optimizando de esta forma el cálculo de los diámetros a distintas alturas, para obtener el volumen fustal y el volumen hasta una altura determinada.

El ajuste de las tarifas volumétricas se realizó mediante el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2004); mientras que el ajuste del modelo de Fang et al. (2000) se llevó a cabo mediante el procedimiento de regresión aparentemente no correlacionada (SUR, por sus siglas en inglés) del programa SAS.

La autocorrelación de los datos se corrigió utilizando mínimos cuadrados generalizados no lineales y expandiendo el término del error mediante un modelo autorregresivo continuo de orden 2 [CAR(2)]. En éste la expresión de la estructura del error es la siguiente:

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=x} l_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-k}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij}$$

donde e_{ij} es el j -ésimo residuo del i -ésimo árbol, e_{ij-k} es el j -ésimo residuo del $i-k$ ésimo árbol, $l_k=1$ para $j > k$ y es cero para $j \leq k$, ρ_k es el parámetro autorregresivo de orden k a ser estimado, y $h_{ij}-h_{ij-k}$ es la distancia que separa la $j-k$ ésima observación dentro de cada árbol, $h_{ij} > h_{ij-k}$; siendo ε_{ij} el término del error bajo la condición de independencia. La estructura del error obtenida del modelo autorregresivo se ajustó de manera simultánea con la estructura de la media de cada una de las ecuaciones [1]-[3] a través el procedimiento MODEL en el programa SAS (SAS Institute Inc., 2004). Por otra parte, la falta de homocedasticidad (varianza constante de los residuos) se corrigió utilizando regresión ponderada (Quiñonez Barraza et al., 2018) con un peso igual a la inversa de la varianza de cada observación, esto es, $1/dn^k$.

Finalmente, la bondad de ajuste de las tarifas volumétricas y de la función de Fang et al. (2000) se evaluó a través del análisis de los errores, para lo cual se utilizaron el coeficiente de determinación (R^2), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el sesgo promedio (\bar{e}). Dichos estadísticos tienen por expresiones:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \qquad REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$$

$$\bar{e} = \frac{y_i - \hat{y}_i}{n}$$

donde:

y_i = valor observado de la variable dependiente

\hat{y}_i = valor predicho por el modelo

\bar{y} = valor medio de la variable dependiente

n = número de datos usados en el ajuste del modelo

p = número de parámetros del modelo

Cálculo de los factores de forma

Una vez obtenidos los valores del volumen a una determinada altura (volumen comercial) se calculó el factor de forma, el cual resulta de dividir el volumen total de todos los fustes entre un volumen de referencia:

$$f = \frac{\sum v_f}{\sum v_c} \quad [4]$$

Donde:

f = promedio ponderado del factor de forma

V_f = volumen individual de cada fuste (m^3)

V_c = volumen del cilindro de referencia (m^3)

El promedio ponderado del factor de forma se derivó de la fórmula de la media ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum w_x}{\sum x}$$

donde x = valor individual de la muestra y w = factor de ponderación. Cada valor individual x de la muestra corresponde al factor individual de forma de un árbol muestreado ($x = V_f/V_c$). Se utilizó la media ponderada para dar más peso a los fustes de mayor dimensión.

Ecuaciones de volumen fustal con corteza

En la tabla 3 se muestran los parámetros obtenidos para el modelo de Schumacher-Hall (M1) una vez corregida la heterocedasticidad. En todos los casos el ajuste proporcionó parámetros significativos.

Tabla 3

Parámetros obtenidos para cada especie la mejor tarifa volumétrica de dos entradas (M1)

Especie	b_0	b_1	b_2	e	REMC	R^2
<i>P. cooperi</i>	0.00006	1.96524	0.94619	0.00165	0.163	0.978
<i>P. durangensis</i>	0.00007	1.92674	0.93679	0.00894	0.141	0.983
<i>P. engelmannii</i>	0.00006	1.91384	0.97328	0.00199	0.088	0.980
<i>P. herrerae</i>	0.00008	2.02328	0.74597	0.00420	0.122	0.970
<i>P. teocote</i>	0.00007	1.92111	0.91713	0.00036	0.152	0.957

Nota: REMC= raíz del error medio cuadrático (m^3); R^2 = coeficiente de determinación; b_0, b_1, b_2 = estimadores de los parámetros; e= sesgo promedio (m^3).

Elaboración propia.

El signo de los estimadores de los parámetros relacionados con el diámetro normal y la altura total fue correcto para todas las especies, lo que indica que las variables utilizadas tienen un comportamiento lógico en la estimación del volumen fustal. Se obtuvieron estadísticos de bondad de ajuste similares entre especies, donde la precisión, medida a través de REMC, osciló alrededor de $0.133 m^3$ (promedio entre especies), aunque hubo especies para las que el modelo fue más preciso; por ejemplo, para *P. engelmannii* ($0.088 m^3$), mientras que para *P. cooperi* y *P. teocote* la precisión fue menor (REMC mayor de $0.15 m^3$).

Modelo compatible ahusamiento-volumen

En la tabla 4 se muestran los resultados del ajuste del modelo de Fang et al. (2000). El ajuste del modelo de Fang et al. (2000) arrojó en todos los casos parámetros significativos ($p < 0.0001$). El efecto de la autocorrelación de los errores se redujo utilizando una estructura autorregresiva de orden 2 (CAR 2). En la figura 4 (izq.) se presenta la tendencia de los residuos obtenidos al ajustar el modelo de Fang et al. (2000) sin considerar la autocorrelación de los errores, donde se observa que después de la corrección de la autocorrelación la tendencia en los residuos desaparece (figura 4, der.).

Tabla 4

Parámetros obtenidos con el ajuste del modelo de Fang et al. (2000)

Especie	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	ρ_1	ρ_2	REMC	R^2
<i>P. cooperi</i>	0.00006	1.96524	0.94619	0.000007	0.000044	0.000031	0.7233	0.3645	1.920	0.986
<i>P. durangensis</i>	0.00007	1.92674	0.93679	0.000006	0.000042	0.000029	0.6734	0.3046	1.832	0.987
<i>P. engelmannii</i>	0.00006	1.91384	0.97328	0.000009	0.000041	0.000030	0.0495	0.0899	1.612	0.987
<i>P. herrerae</i>	0.00008	2.02328	0.74597	0.000007	0.000041	0.000028	0.6543	0.2759	1.578	0.988
<i>P. teocote</i>	0.00007	1.92111	0.91713	0.000008	0.000042	0.000031	0.5937	0.2895	1.550	0.988

Nota: REMC= raíz del error medio cuadrático (cm); R^2 = coeficiente de determinación; $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ = estimadores de los parámetros; ρ_1, ρ_2 = estimadores de los parámetros del modelo autorregresivo.

Elaboración propia.

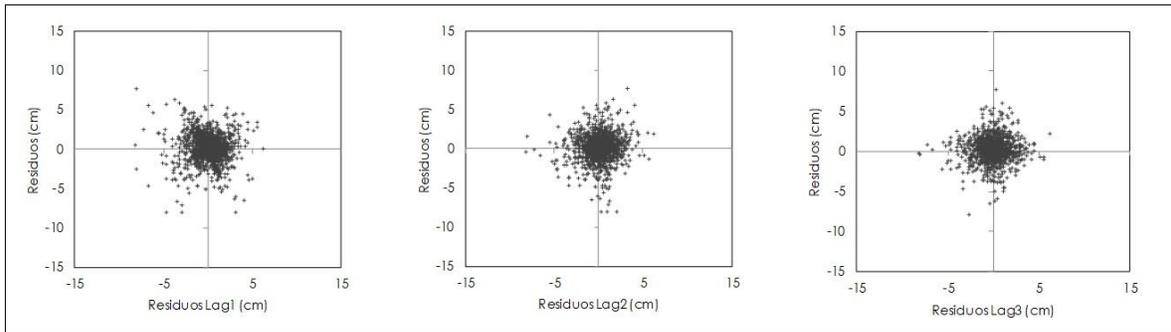


Figura 4. Residuos obtenidos del ajuste del modelo de Fang et al. (2000) sin considerar la autocorrelación (izq.), ajustado con un modelo autorregresivo de orden 1 (centro) y con un modelo autorregresivo de orden 2 (der.). Ejemplo para *P. cooperi*. Elaboración propia.

Factores de forma

En la tabla 5 se presentan los factores de forma por categoría diamétrica y especie, así como el factor de forma promedio ponderado.

Tabla 5

Factores de forma promedio y por categoría diamétrica para las especies evaluadas

CD (cm)	Especie				
	<i>P. cooperi</i>	<i>P. durangensis</i>	<i>P. engelmannii</i>	<i>P. herrerae</i>	<i>P. teocote</i>
10	0.64	0.68	0.60	0.68	0.65
15	0.63	0.65	0.60	0.68	0.62
20	0.60	0.61	0.55	0.59	0.58
25	0.59	0.59	0.54	0.55	0.55
30	0.58	0.58	0.53	0.53	0.54
35	0.57	0.57	0.52	0.51	0.53
40	0.57	0.56	0.51	0.51	0.52
45	0.56	0.55	0.51	0.50	0.51
50	0.56	0.55	0.50	0.50	0.50
55	0.56	0.54	0.50	0.49	0.50
60	0.56	0.54	0.49	0.49	0.49
65	0.56	0.53	0.49	0.49	0.49
70	0.54	0.53	0.49	0.49	0.49
Media ponderada	0.57	0.57	0.52	0.54	0.53

Nota: Elaboración propia.

DISCUSIÓN

Los estadísticos de bondad de ajuste del modelo de Schumacher-Hall fueron similares entre especies. La precisión media del modelo fue 0.133 m³; aunque hubo especies para las que el modelo fue más preciso, como en el caso de *P. engelmannii* (0.088); mientras para *P. cooperi* y *P. teocote* la precisión fue menor, probablemente debido a la gran variabilidad de valores de diámetro y altura considerados en la muestra. Respecto al modelo

compatible ahusamiento-volumen los estadísticos de ajuste también fueron muy similares entre especies, con una precisión entre 1.55 (*P. teocote*) y 1.92 cm (*P. cooperi*), con un valor promedio de REMC de 1.7 cm. Este valor de REMC se debió, probablemente, a la variabilidad del grosor de la corteza a lo largo del fuste de algunas de las especies evaluadas, principalmente *P. cooperi*, *P. durangensis* y *P. engelmannii*. Con base en los buenos ajustes obtenidos, el modelo de Fang et al. (2000) es la mejor alternativa para estimar del volumen comercial, por lo que es recomendable su uso como modelo de distribución de productos para las especies consideradas en el estudio.

Zobel y Talbert (1988) señalan que los factores de forma pueden considerarse una característica fenotípica de las especies, por lo que dicha forma es resultado del potencial genético y del ambiente en el cual crecen, lo cual respalda las ligeras diferencias encontradas en el perfil fustal de los árboles de las especies evaluadas en este estudio. Por otra parte, los factores de forma permiten analizar los tipos dendrométricos representados en los diferentes segmentos del fuste. De acuerdo con lo que señalan Uranga-Valencia, De los Santos-Posadas, Valdez-Lazalde, López-Upton y Navarro-Garza (2015) se espera que factores de forma entre 0.4 y 0.5 describan fustes más parecidos a un paraboloide que a un cono; de igual manera, valores mayores de 0.5 indican una forma del fuste entre un paraboloide y un cilindro. Valores iguales a 0.5, 0.33 y 0.25 definen fustes semejantes a un paraboloide, cono y neiloide, respectivamente.

En este estudio los factores de forma obtenidos permiten asumir que los fustes presentan forma paraboloide, ya que todos fueron mayores a 0.5 y diferentes entre especies; por lo que dicha diferencia de los factores de forma entre especies debe tomarse en cuenta al momento de calcular el volumen total o comercial. Por ejemplo, considere un árbol de cada especie con el mismo diámetro (45 cm) y misma altura (20 m); a pesar de tener exactamente las mismas dimensiones dichos árboles no contendrán el mismo volumen, debido a la forma distinta de su fuste. En este caso, 1.81, 1.78, 1.62, 1.65 y 1.64 m³ para *P. cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. herrerae* y *P. teocote*, respectivamente. Ninguna especie presentó el mismo factor de forma promedio, por lo que no se puede usar un mismo factor para dos o más especies.

Respecto a los factores de forma por categoría diamétrica, fueron mayores en las categorías de diámetro de 10 a 20 cm en combinación con las clases de altura de 3 a 12 m, lo que significa que los árboles pequeños de todas las especies son más cilíndricos en las etapas de crecimiento juvenil; incluso, todas las especies presentaron un factor de forma mayor de 0.6 en las categorías de 10 y 15 cm. A partir de 25 cm de diámetro, *P. cooperi* y *P. durangensis* contienen más volumen que las otras especies.

Como señalan Tlaxcala-Méndez et al. (2016) el ahusamiento es una característica definida por el ambiente y el potencial genético de la especie, lo cual explica las diferencias en los factores de forma promedio obtenidos en este estudio para cada especie; sin embargo, es necesario un estudio más amplio en el cual se compare la forma de fuste de una misma especie en regiones forestales distintas. Un estudio de este tipo permitiría ubicar las regiones forestales donde los fustes son geoméricamente más cilíndricos y proporcionarían mayor volumen de productos primarios.

CONCLUSIONES

Se desarrollaron modelos predictivos de volumen de fuste con corteza y modelos compatibles de ahusamiento-volumen para las cinco principales especies maderables de la región forestal de El Salto, Durango, con datos procedentes de las condiciones y tipos de rodales representativos de la región. Para todas las especies el modelo que mejor predice el volumen con corteza del fuste fue el de Schumacher-Hall; el cual es una tarifa de dos entradas que considera el diámetro normal con corteza (cm) y la altura total (m) como variables explicativas. Para el caso concreto en el que solo se desee obtener el volumen comercial, se recomienda utilizar la ecuación de volumen compatible de Fang et al. (2000) para todas las especies. El factor de forma es mayor en las categorías diamétricas menores de 20 cm; por otra parte, el factor de forma promedio es diferente entre todas las especies, excepto para *P. cooperi* y *P. durangensis* (0.57). El factor de forma promedio fue mayor a 0.5 para todas las especies, el cual difiere del usado tradicionalmente en la región (0.6).

Agradecimientos

Este estudio fue financiado por el Tecnológico Nacional del México a través de la Convocatoria de Apoyo a la Investigación Científica y Tecnológica 2018-2 (proyecto 67.17.18-P).

REFERENCIAS

- Barrio Anta, M., Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez González, J. G., & von Gadow, K. (2007). Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. *Annals of Forest Science*, 64(5), 511-520. doi: 10.1051/forest:2007028
- Bi, H. (2000). Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalyptus. *Forest Science*, 46(3), 397-409. doi: 10.1093/forestscience/46.3.397
- Burkhart, H. E., & Tomé, M. (2012). *Modeling forest trees and stands*. London: Springer.
- Corral-Rivas, J. J., Diéguez-Aranda, U., Corral Rivas, S., & Castedo-Dorado, F. (2007). A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management*, 238(1-3), 118-129. doi: 10.1016/j.foreco.2006.09.074
- Cruz-Cobos, F., Santos-Posadas, H. M., & Valdez-Lazalde, R. (2008). Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia*, 42(4), 473-485. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v42n4/v42n4a10.pdf>
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., & Rojo, A. (2006). Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 36(5), 1190-1205. doi: 10.1139/x06-008
- Diéguez-Aranda, U., Rojo-Alboreca, A., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F.,... Sánchez Rodríguez, F. (2009). *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia*. Lugo, España: Xunta de Galicia.
- Fang, Z., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2000). Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46(1), 1-12. doi: 10.1093/forestscience/46.1.1

- Furlan Gama, F., Dos Santos, J. R., & Mura, J. C. (2010). Eucalyptus biomass and volume estimation using interferometric and polarimetric SAR data. *Remote Sensing*, 2(4), 939-956. doi: 10.3390/rs2040939
- García-Espinoza, G. G., Aguirre-Calderón, O. A., Vargas-Larreta, B., Martínez-Angel, L., García-Magaña, J. J., & Hernández-Ramos, J. (2019). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. *Agrociencia*, 53(1), 115-131. Recuperado de <https://agrociencia-colpos.mx/index.php/agrociencia/article/view/1755/1755>
- Quiñonez Barraza, G., García Espinoza, G. G., & Aguirre-Calderón, O. A. (2018). ¿Cómo corregir heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahusamiento y crecimiento en altura? *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(49), 28-59. doi: 10.29298/rmcf.v9i49.151
- Quirós, R., Chinchilla, O., & Gómez, M. (2005). Rendimiento en aserrío y procesamiento primario de madera proveniente de plantaciones forestales. *Agronomía Costarricense*, 29(2), 7-15. Recuperado de <http://www.infobosques.com/descargas/biblioteca/412.pdf>
- SAS Institute Inc. (2004). *SAS/ETS® 9.1 User's Guide* [Manual de usuario]. NC, US: SAS Institute Inc. Recuperado de https://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc_91/ets_ug_7314.pdf
- Tlaxcala-Méndez, R. M., De los Santos-Posadas, H. M., Hernández-De la Rosa, P., & López-Ayala, J. L. (2016). Variación del factor de forma y el ahusamiento en procedencias de cedro rojo (*Cedrela odorata* L.). *Agrociencia*, 50(1), 89-105. Recuperado de <https://agrociencia-colpos.mx/index.php/agrociencia/article/view/2369>
- Uranga-Valencia, L. P., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., López-Upton, J., & Navarro-Garza, H. (2015). Volumen total y ahusamiento para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en tres condiciones de bosque. *Agrociencia*, 49(7), 787-801. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v49n7/v49n7a7.pdf>
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., De los Santos-Posadas, H. M., Zamudio Sánchez, F. J.,... Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437-455. doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.06.040
- Zavala Zavala, D. (1996). Coeficientes de aprovechamiento de trocería de pino en aserraderos banda. *Revista Ciencia Forestal en México*, 21(79), 165-181. Recuperado de <http://cienciasforestales.inifap.gob.mx/index.php/forestales/article/view/1004/2309>
- Zobel, B., & Talbert, J. (1988). *Técnicas de mejoramiento genético de árboles forestales*. Ciudad de México, México: Editorial Limusa.