

El error como recurso del profesor para la comprensión de las matemáticas

David Alfonso Páez, Daniel Eudave Muñoz y Lucía Magdalena Rodríguez Ponce

Fecha de recepción: 29 de julio de 2024.

Fecha de aceptación: 02 de septiembre de 2024.

Fecha de última actualización: 11 de noviembre de 2024.

Resumen

Una práctica que suelen realizar los estudiantes en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es cometer errores en la realización de tareas o en la resolución de problemas matemáticos, ya sea por bloqueos, olvidos, aplicación de procedimientos incorrectos, falta de conocimiento o tener conocimientos falibles. La mayoría de las veces, estos errores son un obstáculo para la comprensión adecuada de los contenidos matemáticos; sin embargo, el profesor los podría utilizar como recurso para favorecer en sus estudiantes la construcción y validación de conocimiento, al volverlos objetos de reflexión durante el desarrollo de la clase. En este sentido, a través del error, el docente lleva a los alumnos a que expliquen, cuestionen, argumenten, prueben y discutan su propio razonamiento y el de sus pares, de modo que les permita corregir y validar lo que saben, así como construir nuevo conocimiento. El objetivo del presente artículo es dar cuenta, a partir de la revisión de literatura, sobre la importancia que tiene el error en la práctica docente para potenciar y profundizar en el pensamiento matemático y reflexivo de los estudiantes de bachillerato.

Palabras clave: matemáticas, práctica docente, reflexión, error, aprendizaje.

Las matemáticas son un lenguaje –de símbolos, nociones y reglas– fundamental para la comprensión, interpretación y desarrollo del mundo, aplicables en una infinidad de situaciones de la vida cotidiana, social o profesional, lo que demanda su enseñanza y aprendizaje desde los primeros niveles de educación hasta el superior (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; Secretaría de Educación Pública [SEP], 2023). En México, entre los saberes disciplinares obligatorios que deben tener los estudiantes están las matemáticas. Para su aprendizaje en la educación media superior –también conocida como bachillerato–, se imparten diversas asignaturas con el propósito de continuar con el desarrollo del pensamiento matemático adquirido en niveles anteriores; específicamente, la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEP, 2023) propone los tres primeros semestres para favorecer el pensamiento estadístico, probabilístico, aritmético, algebraico, geométrico y variacional, con la intención de “poner a disposición[,] de todas y todos [los estudiantes,] algunos elementos del pensamiento matemático que serán valio-

sos y de utilidad para quienes los desarrollen, sin importar el derrotero que se siga al finalizar este trayecto formativo” (p. 123). Por su parte, y en respuesta a esta propuesta, el Centro de Educación Media de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA, 2023) plantea la enseñanza de las matemáticas para el bachillerato a lo largo de los tres años de formación del estudiante, con una asignatura por semestre, de modo que:

[Desarrolle] habilidades para interpretar fórmulas, teorías y leyes, lectura de gráficos y tablas, propiciar el desarrollo del pensamiento lógico, crítico y creativo, lo que le permitirá argumentar y estructurar sus ideas y razonamientos al solucionar problemas de manera progresiva a lo largo de su bachillerato (p. 46).

Lo anterior le demanda al profesor de bachillerato un amplio conocimiento disciplinar y de habilidades didácticas (Aké y Páez, 2024), en particular, implementar una variedad de estrategias encaminadas a motivar y

favorecer en los estudiantes procesos de reflexión, metacognición y comprensión hacia las matemáticas (Cázares, Páez y Pérez, 2020; UAA, 2018), las cuales tendrán sentido para ellos si logran asimilar sus conceptos y procedimientos, así como entender sus significados, aplicaciones e interpretaciones. Esto coincide con lo discutido en el International Congress on Mathematical Education 2008 acerca de que “las matemáticas no deben enseñarse ya de una manera expositiva, estática, transmitida por el profesor a un conjunto de alumnos pasivos. Es preciso que estos participen, observen, exploren, hagan conjeturas y se enfrenten con problemas que les interesan” (Pérez, 2006, p. 56).

Una de estas estrategias en la práctica docente consiste en utilizar los errores de los estudiantes como un recurso didáctico, especialmente en la resolución de problemas matemáticos (Gueudet y Trouche, 2009), con el propósito de que expliquen, cuestionen, argumenten y discutan su razonamiento, y, posiblemente, el de sus pares, de modo que corrijan, validen y construyan nuevo conocimiento. En otros términos, se busca provocar una ruptura y reacomodo de las estructuras del pensamiento del alumno (Castañeda, Vázquez-Grande y González-Polo, 2024). De acuerdo con lo anterior, el error podría ser una *herramienta al descubierto* por el profesor, pero su uso depende de las habilidades, experiencias y comprensión que este autor educativo tenga sobre tal recurso (Drijvers y Trouche, 2008).

El error en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

En el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, el error se considera como la práctica realizada por el estudiante –por ejemplo, acción y argumentación– que no es válida, o al menos es inaceptable, desde la perspectiva de la institución matemática escolar (Godino, Batanero y Font, 2003). Las principales características del error están relacionadas con sus alcances: a) evidenciar el estado actual del conocimiento del estudiante y, b) si no se aborda, impactar desfavorablemente en la construcción de nuevos conocimientos.

El error es inherente al proceso de aprendizaje y es resultado de diversos factores: bloqueos, olvidos o falta de concentración; procedimientos sistemáticos imperfectos que, aunque suelen ser implementados de manera consistente y con confianza, pueden fallar; dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos, la secuencia de actividades, la falta de motivación, el desarrollo psicológico y el escaso o nulo dominio de contenidos previos.

Al respecto, Radatz (1980) precisa que los errores no son un simple resultado de ignorancia y de situaciones accidentales en los estudiantes, sino, más bien, “el resultado o el producto de experiencias previas en el aula de matemáticas” (p. 16). Por su parte, Gamboa, Castillo e Hidalgo (2019) aclaran que el error no es necesariamente un producto de la falta de conocimiento, ya que, en ocasiones, el estudiante emplea conocimiento válido en determinadas situaciones, pero en otras lo aplica de manera indebida.

«En el proceso de enseñanza de las matemáticas en nivel bachillerato, el error puede ser un recurso didáctico clave por parte del profesor»

Tipos de errores

En todos los niveles educativos y áreas de saber, el error es común. En matemáticas existe una variedad de errores cometidos por los estudiantes, los cuales han sido clasificados según su origen. Radatz (1980) los agrupa de la siguiente manera, tomando como referente las dificultades, el aprendizaje y el pensamiento:

- Errores debido a la implementación incorrecta o falta de conocimiento sobre las operaciones básicas (suma, resta, división y multiplicación, entre otras) de procedimientos matemáticos (por ejemplo, la fórmula canónica para resolver ecuaciones de segundo grado) o del dominio de reglas del cálculo.
- Errores causados por la falta de comprensión de conceptos o del vocabulario matemático (por ejemplo, derivada y variación).
- Errores por falta de interés o por las creencias sobre las matemáticas y su utilidad en la vida cotidiana.
- Errores ocasionados por la aplicación incorrecta de reglas o estrategias irrelevantes.
- Errores debido a una comprensión insuficiente de las condiciones del problema.

Una parte fundamental de la labor docente en bachillerato consiste en identificar y analizar los posibles errores de los estudiantes y sus causas, con el fin de realizar un trabajo de intervención, sin dejar de lado que el profesor también debe contar con el conocimiento necesario y reflexionar constantemente sobre su práctica para reconocer y evitar ser causante de esos errores. En este sentido, Gamboa, Castillo e Hidalgo (2019) sugieren que

el estudio de los errores sea uno de los ejes de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que permitiría establecer conceptos o procedimientos en los cuales los estudiantes presentan deficiencias o no han logrado una comprensión adecuada. No obstante, determinar y tratar el error en el aula representa un gran desafío, pues podría “generar [en los estudiantes] una actitud pesimista sobre sus habilidades, y temer el juicio público, lo que los lleva a evitar enfrentarlo” (Castañeda, Vázquez-Grande y González-Polo, 2024, p. 3).

Reflexionar sobre el error

En el proceso de enseñanza de las matemáticas en nivel bachillerato, el error puede convertirse en un recurso didáctico clave para el profesor como parte de sus estrategias en el salón de clases, con el objetivo de fomentar el aprendizaje y avance de los estudiantes. El análisis y la reflexión sobre los errores sirve como un referente para impactar favorablemente en el proceso de aprendizaje, permitiendo al docente seleccionar, crear y organizar estrategias encaminadas a una mejor educación de los estudiantes (Gamboa, Castillo e Hidalgo, 2019). De acuerdo con lo anterior, es esperable que el estudiante sea consciente y reflexione sobre sus errores y el de sus pares, así, entenderá sus causas subyacentes con la finalidad de tener una mayor y robusta comprensión sobre los contenidos matemáticos.

Al reflexionar sobre los errores, se pueden promover habilidades metacognitivas que permitan afrontar posibles obstáculos en el aprendizaje. Para ello, el profesor debe asegurarse de una reacción favorable por parte del estudiante; en otros términos, que perciba el error como una oportunidad de aprendizaje. De lo contrario, podría presentar una actitud desfavorable –ya sea negativa, neutra o indiferente–, al interpretarlo como un fracaso (Eccius e Ibarra, 2020).

«Reflexionar sobre los errores puede promover habilidades metacognitivas para afrontar posibles obstáculos en el aprendizaje»

La cultura del error para el aprendizaje

Es fundamental fomentar una cultura que valore el error en la enseñanza de las matemáticas, la cual favorezca un aprendizaje donde los estudiantes sean capaces de realizar acciones intencionales y proactivas para tomar con-

ciencia y comprometerse con su propio desarrollo, como pedir ayuda y mostrar interés en corregir sus errores. Eccius e Ibarra (2020) consideran que, a través de esa cultura, “como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, se tendrá estudiantes más competentes, exitosos y capaces de aprender a partir de sus errores, sin que les provoque una afectividad negativa hacia las matemáticas” (p. 359).

Además, es necesario que en la enseñanza de las matemáticas se adopte una perspectiva constructivista del aprendizaje, desde la cual el profesor induzca en los estudiantes a incurrir en el error, haciéndolo objeto de análisis (lo constaten), así como a generar conflictos cognitivos que les permita hacer cambios en su bagaje matemático (conocimiento). Para ello, es fundamental la retroalimentación oportuna por parte del profesor, donde se estimule y motive al estudiante a continuar cuestionándose en torno a sus propios errores y aciertos, así como los de sus compañeros.

En conclusión, el ser humano, por naturaleza, comete errores a lo largo de todo su desarrollo de vida, y esto no es una excepción en la educación escolar, especialmente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en bachillerato. En el caso de los estudiantes, existe una variedad de errores de diversos orígenes que ellos comenten; sin embargo, se coincide con Radatz (1980) en que muchas veces éstos son el resultado de las experiencias vividas en la clase de matemáticas, como, por ejemplo, la manera como el profesor enseña. Ahora bien, el error puede ser objeto de reflexión para favorecer el aprendizaje de los contenidos matemáticos, pero esto implica que el profesor esté atento y lo utilice como recurso para llevar a los estudiantes a que expliquen, cuestionen, argumenten, prueben y discutan su propio razonamiento y el de sus pares, de modo que les permita corregir y validar lo que saben, así como construir nuevo conocimiento.

Si el error no es atendido de forma oportuna, podría trasladarse a nuevos conocimientos y dificultar el aprendizaje, al igual que generar afectividad negativa hacia las matemáticas. Se coincide con Gamboa, Castillo e Hidalgo acerca de que “el personal docente de matemática no puede pretender erradicar los errores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina, ya que esto es imposible [...], sino apoyarse en ellos para profundizar en el pensamiento matemático de sus estudiantes” (2019, p. 29). Es necesario que el profesor de bachillerato desarrolle una cultura sobre el error como parte de su práctica, donde establezca e implemente estrategias didácticas que permitan identificar posibles errores matemáticos en el es-

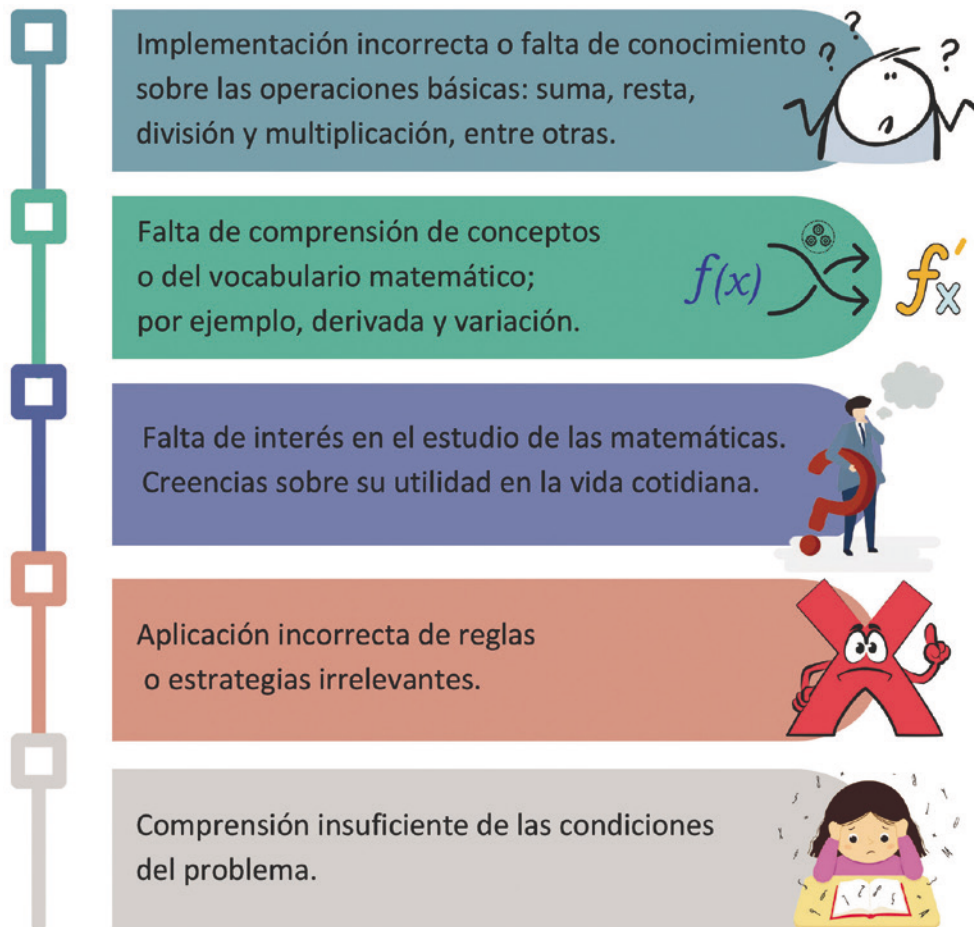
tudiantado, para corregirlos y resolver posibles carencias de conocimiento. Esto es, una cultura donde se propicie la revisión, la autocrítica, la reflexión y la retroalimentación a partir de los errores, con la finalidad de enmendar y fortalecer en el estudiante de bachillerato el proceso de aprendizaje sobre las matemáticas.

Trabajar con los errores en bachillerato, más que reconocerlos, es evitar que sean un obstáculo para el aprendizaje y para los nuevos conocimientos. Para ello, un trabajo constante de reflexión sobre el error puede llevar a desarrollar un pensamiento crítico, lógico y analítico en matemáticas, así como generar procesos metacognitivos en los estudiantes de bachillerato (Schoenfeld, 2012).

TIPOS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

El error puede ser objeto de reflexión para llevar a los estudiantes a que expliquen, cuestionen, argumenten, prueben y discutan su propio razonamiento y el de sus pares.

Algunos errores comunes son:



Fuente: Elaborado con base en Radatz (1980).

Fuentes de consulta

- Aké, L. P. & Páez, D. A. (2024). Hacia una caracterización de la competencia algebraica en la formación de profesores de bachillerato. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 18(3), 223-253. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i3.26260>.
- Castañeda, A., Vázquez-Grande, E. & González-Polo, R. I. (2024). Una perspectiva emergente del tratamiento del error en matemáticas. *Atenas: Revista Científico Pedagógica*, 1-4(62), 1-12. <https://atenas.umcc.cu/index.php/atenas/article/view/897/1248>.
- Cázares, M. de J., Páez, D. A. & Pérez, M. G. (2020). Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas. *Educación Matemática*, 32(1), 221-240. <http://dx.doi.org/10.24844/EM3201.10>.
- Drijvers, P. & Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments, a theoretical framework behind the orchestra metaphor. En G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Cases and perspectives* (vol. 2, pp. 363-391). Inf. Age.
- Eccius, C. & Ibarra, K. P. (2020). Dependencia de la calificación de una evaluación diagnóstica en matemáticas con aspectos afectivos por la comisión de errores. *Boletim de Educação Matemática*, 34(67), 544-563. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a10>.
- Gamboa, R., Castillo, M. & Hidalgo, R. (2019). Errores matemáticos de estudiantes que ingresan a la universidad. *Actualidades Investigativas en Educación*, 19(1), 31. <https://doi.org/10.15517/aie.v19i1.35278>.
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada.
- Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation system for mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 199-218. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-008-9159-8>.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.nctm.org/>.
- Pérez, A. (2006). Una experiencia práctica con tecnología en el aula de matemáticas. Las ecuaciones de las caracolas y las flores. En P. Azcárate (Coord.), *Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas* (pp. 53-68). Ministerio de Educación y Ciencia.
- Radatz, H. (1980). Student's errors in the mathematical learning process: A survey. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 16-20. <http://www.jstor.org/stable/40247696>.
- Schoenfeld, A. (2012). How we think. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación en Educación Matemática*, 7(10), 135-149. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/10565>.
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2023). *Progresiones de aprendizaje del MCEMS. Recursos sociocognitivos, áreas de conocimiento y recurso socioemocionales*. Secretaría de Educación Pública. <https://acortar.link/1jmPrs>.
- Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA). (2018). *Plan de estudios de Bachillerato general de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*. UAA-CEM.
- Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA). (2023). *Bachillerato general. Rediseño del plan de estudio*. UAA-CEM. <https://www.uaa.mx/portal/wp-content/uploads/2023/03/Plan-de-estudios-2023.pdf>.